

数学学科寒假作业（复习） Day 12 （练习时长：40 分钟）

姓名： 完成评价：

一、核心知识归纳总结（二项分布，超几何分布，正态分布）

二项分布

1、定义 一般地，在 n 次独立重复试验中，用 X 表示事件 A 发生的次数，设每次试验中事件 A 发生的概率为 p ，不发生的概率 $q=1-p$ ，那么事件 A 恰好发生 k 次的概率是

$$P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k} \quad (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

2、二项分布的期望、方差 若 $X \sim B(n, p)$ ，则 $E(X)=np$ ， $D(X)=np(1-p)$ 。

超几何分布 1、定义

在含有 M 件次品的 N 件产品中，任取 n 件，其中恰有 X 件次品，则事件 $\{X=k\}$ 发生的概

率为 $P(X=k)=\frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$ ， $k=0, 1, 2, \dots, m$ ，其中 $m=\min\{M, n\}$ ，且 $n \leq N$ ， $M \leq N$ ，

正态分布 1、定义

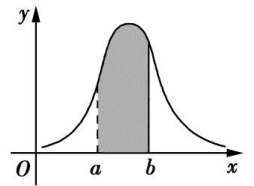
随机变量 X 落在区间 $(a, b]$ 的概率为 $P(a < X \leq b) = \int_a^b \varphi_{\mu, \sigma}(x) dx$ ，即由正态曲线，过点

$(a, 0)$ 和点 $(b, 0)$ 的两条 x 轴的垂线，及 x 轴所围成的平面图形的面积，如下图中阴影部分

一般地，如果对于任何实数 $a, b(a < b)$ ，随机变量 X 满足 $P(a < X \leq b) = \int_a^b \varphi_{\mu, \sigma}(x) dx$ ，则称

随机变量 X 服从正态分布。正态分布完全由参数 μ, σ 确定，因此正态分布常记作

$N(\mu, \sigma^2)$ 。如果随机变量 X 服从正态分布，则记为 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。



一、单选

1. “五道方”是一种民间棋类游戏，甲、乙两人进行“五道方”比赛，约定连胜两场者赢得比赛。若每场比赛，甲胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙胜的概率为 $\frac{2}{3}$ ，则比赛 6 场后甲赢得比赛的概率为（ ）

- A. $\frac{32}{729}$ B. $\frac{16}{729}$ C. $\frac{4}{729}$ D. $\frac{2}{729}$

2. 已知事件 A 和 B 相互独立，且 $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{5}{11}$ ，则 $P(A \cap \bar{B}) =$ （ ）

- A. $\frac{2}{11}$ B. $\frac{3}{11}$ C. $\frac{12}{55}$ D. $\frac{52}{55}$

3. 设离散型随机变量 X 的分布列为

若随机变量 $Y=|X-1|$ ，则 $P(Y=1)$ 等于（ ）

- A. 0.3 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.7

X	0	1	2	3
P	0.2	0.1	0.1	0.3

4, 设随机变量 $X \sim B(6, p)$, 若 $E(X) \leq 2$, 则 $D(X)$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. 3 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

5, 如果随机变量 $\xi \sim B(n, p)$, 且 $E(3\xi) = 12, D(\xi) = \frac{4}{3}$, 则 $p =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

6, 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(3, 2), \eta$ 服从二项分布 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$, 则 ()

- A. $D(\xi) = \sqrt{2}$ B. $D(\eta) = 2$ C. $P(\eta = 1) = P(\eta = 5)$, D. $P(\xi > 2) + P(\xi \geq 4) = 1$

7, 下列说法错误的是 ()

A. 若随机变量 $X \sim N(1, \sigma^2)$, $P(X \leq -2) = 0.25$, 则 $P(X < 4) = 0.75$

B. 若随机变量 $X \sim B\left(10, \frac{2}{3}\right)$, 则方差 $D(3X + 1) = 21$

C. 在含有 3 件次品的 10 件产品中任取 2 件, X 表示取出的次品数, 则 $P(X = 1) = \frac{3}{10}$

D. 已知随机变量 X 的分布列为 $P(X = i) = \frac{a}{i(i+1)} (i = 1, 2, 3)$, 则实数 $a = \frac{4}{3}$

8, 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(3, 2), \eta$ 服从二项分布 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$, 则 ()

- A. $D(\xi) = \sqrt{2}$ B. $D(\eta) = 2$

- C. $P(\eta = 1) = P(\eta = 5)$ D. $P(\xi > 2) + P(\xi \geq 4) = 1$

二 多选

9, 已知离散型随机变量 $X \sim B(n, p)$, 其中 $n \in \mathbb{N}^*, 0 < p < 1$, 则 ()

A. 若 $n = 1$, 则 $P(X = 1) = E(X)$

B. $D(2X + 1) = 4np(1 - p)$

C. 若 $n = 10, p > \frac{1}{2}$, 则 $P(X = 2) > P(X = 8)$

D. 若 $p = \frac{1}{2}$, 则 X 为奇数的概率为 $\frac{1}{2}$

10, 一纸盒中共有 6 张形状和质地一样的卡片, 其中 4 张是红色卡片, 2 张是黄色卡片. 现从纸盒中有放回地随机取 4 次, 每次取 1 张卡片, 取到红色卡片记 1 分, 取到黄色卡片记 0 分, 记 4 次取卡片所得的总分数为 X , 则 ()

- A. $X \sim B\left(4, \frac{1}{2}\right)$ B. $P(X = 3) = \frac{32}{81}$ C. $E(X) = \frac{8}{3}$ D. $D(X) = \frac{7}{9}$

11. $P(\mu - \sigma \leq \eta \leq \mu + \sigma) = 0.6827, P(\mu - 2\sigma \leq \eta \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545, P(\mu - 3\sigma \leq \eta \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973$

A. 随机变量 Y 的标准差为 $\frac{1}{16}$

B. 随机变量 $Y \sim N\left(15, \frac{1}{4}\right)$

C. $P\left(\frac{27}{2} \leq Y \leq 16\right) = 0.9759$

D. $P(Y < 14) = 0.0455$

三 填空

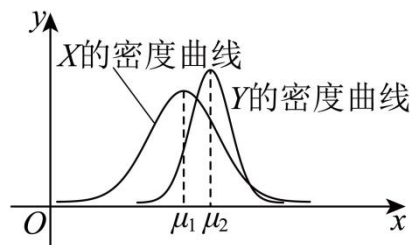
12. 若随机变量 $\xi \sim N(1, \sigma^2)$ ，且 $P(\xi \leq 3) = 0.74$ ，则 $P(\xi \leq -1) =$ _____.

13. 设 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $P(X \geq 2) = 0.3$ ，则 $P(X > -2) =$ _____

14. 通过对某校高三年级 A, B 两个班的排球比赛成绩分析可知， A 班的成绩 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，

B 班的成绩 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ， X, Y 的分布密度曲线如图所示，则在排球决赛中 _____ 班获

胜的可能性更大.



四 解答题

15. 某校团委为加强学生对垃圾分类意义的认识以及养成垃圾分类的习惯，组织了知识竞赛活动，现高一和高二两个年级各派一位学生代表参加决赛，决赛的规则如下：

决赛一共五轮，在每一轮中，两位学生各回答一次题目，累计答对题目数量多者胜；若五轮答满，分数持平，则并列为冠军；

如果在答满 5 轮前，其中一方答对题目数量已经多于另一方答满 5 次题可能答对的题目数量，则不需再答题，譬如：第 3 轮结束时，双方答对题目数量比为 3 : 0，则不需再答第 4 轮了；

设高一年级的学生代表甲答对比赛题目的概率是 $\frac{2}{3}$ ，高二年级的学生代表乙答对比赛题目的概率是 $\frac{1}{2}$ ，每轮答题比赛中，答对与否互不影响，各轮结果也互不影响.

(1) 在一次赛前训练中，学生代表甲同学答了 3 轮题，且每次答题互不影响，记 X 为答对题目的数量，求 X 的分布列及数学期望；

(2) 求在第 4 轮结束时，学生代表甲答对 3 道题并刚好胜出的概率.